

國立臺灣大學九十六學年度轉學生入學考試試題

題號：27

科目：微積分(C)

共 1 頁之第 全 頁

※ 請在答案卷上標明題號依序作答

一. 填充題：每題 8 分。

1. 一穀倉有一個圓柱狀的牆和一個半球狀的屋頂。假如容積一定，而要有最小的表面積。問這穀倉的高度跟底部半徑的比是 _____。

2. 若 $F(x) = \int_0^{\sqrt{x}} \frac{t^2}{1+t^4} dt$, 則 $F''(1) =$ _____。

3. $\int_0^{\pi} \left| \cos x + \frac{1}{2} \right| dx =$ _____。

4. 函數 $y = x^{x-1}$ 在 $(2, 2)$ 的切線方程式為 _____。

5. 當 $x \neq 0$ 時, $f(x) = \frac{2x - \sin 2x}{x^3}$; $x = 0$ 時, $f(x) = \frac{4}{3}$. 問 $f'(0) =$ _____。

6. 設 $ye^{xy} + 2z^2 = 1$, 且 z 為 x, y 的函數則在點 $(0, -1, 1)$ 的 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 為 _____。

7. 點在 $x + y + z = 35$ 之上, $f(x, y, z) = y + xz - 2x^2 - y^2 - z^2$ 的最大值是 _____。

8. 若 D 落在第一象限且由 $xy=1$, $y=x$, 和 $y=2$ 所圍成的區域, 則 $\iint_D \frac{y^2}{x^2} dA =$ _____。

9. 在極座標系統內 $r = \frac{\pi}{4}$, $r = \frac{\pi}{2}$, $r = \theta$, 和 $r = \frac{1}{2}\theta$ 所圍成區域的面積為 _____。

二. 計算題

1. 設 R 是個下方以 $y(x^2+1)=x$ 為界, 上方以 $xy=1$ 為界, 左邊以 $x=1$ 為界的區域。

(a) R 的面積等於多少?

(b) 將 R 繞 x 軸旋轉所得的體積為多少? (16 分)

2. 設某古董的價值隨其年齡而增加。其在任何時間 t 的增值率皆與當時的價值成正比。若該古董 10 年前的價值是 87 萬 5 千元, 現在值 122 萬 5 千元。問從此刻算起, 最快再經多少年它的價值就會超過 175 萬元。

($\log 2 = 0.30103, \log 3 = 0.47712, \log 5 = 0.69897, \log 7 = 0.84510$) (12 分)

試題必須隨卷繳回